1.2. Definiciones y ejemplos.

Definición 1.2.1. Un **grafo** $G = (V, E)$ consiste en un conjunto finito V cuyos miembros se llaman **vértices** y una familia finita $E \subseteq V \times V$ de pares no ordenados de vértices a cuyos elementos llamaremos **aristas** o **arcos** y denotaremos por (u, v) donde $u,v \in V$.

El número de vértices, es decir la cardinalidad del conjunto V se denomina **orden** del grafo y se denota por $|V|$. Por lo general se utiliza n para denotar el orden de G. El número de aristas, es decir la cardinalidad de E, se denomina **tamaño** del grafo y se denota por $|E|$. Por lo general se utiliza m para denotar el tamaño de G.

Definición 1.2.2. Dado un grafo $G = (V, E)$

a) se llama **bucle** o **lazo** a toda arista de la forma (v, v)

b) se llaman **aristas múltiples** a las aristas que aparecen repetidas en E

c) se dice que **dos vértices son adyacentes** si están unidos por una arista

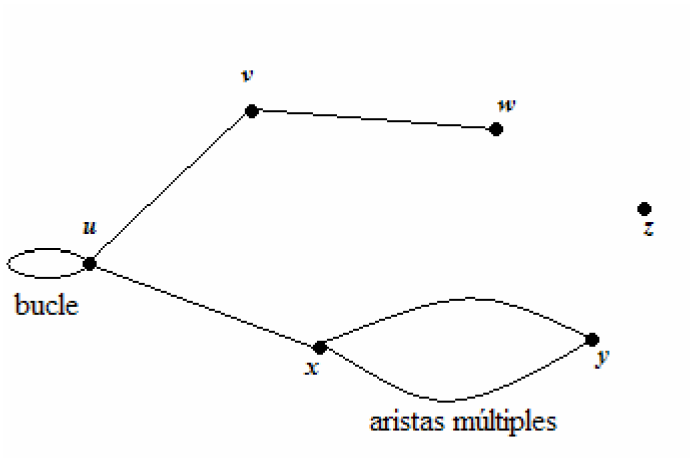
d) se dice que **dos aristas son adyacentes** si tienen un vértice en común,

e) se dice que **una arista y un vértice son incidentes** si el vértice es extremo de la arista,

f) se dice que **un vértice es aislado** si no es adyacente a ningún otro vértice.

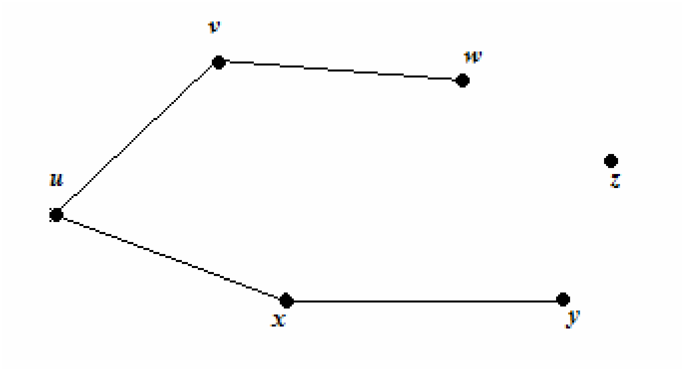
g) se dice que un grafo es **simple** si no tiene bucles ni aristas múltiples

Ejemplo 1.2.3.



En el grafo anterior u, v son vértices adyacentes, (u, v) y (v, w) son aristas adyacentes, z es un vértice aislado.

Ejemplo 1.2.4. Grafo simple:



Definición 1.2.5. Dado un grafo *G = (V, E)*, se llama **grado** de un vértice al número de aristas incidentes en el, contando los bucles como dos aristas. Se denota por *deg(v)* al grado del vértice *v*.

En el grafo del ejemplo 1.2.3 tenemos *deg(u)=4*, *deg(v)=2*, *deg(w)=1*, *deg(x)=3*, *deg(y)=2* y *deg(z)=0*.

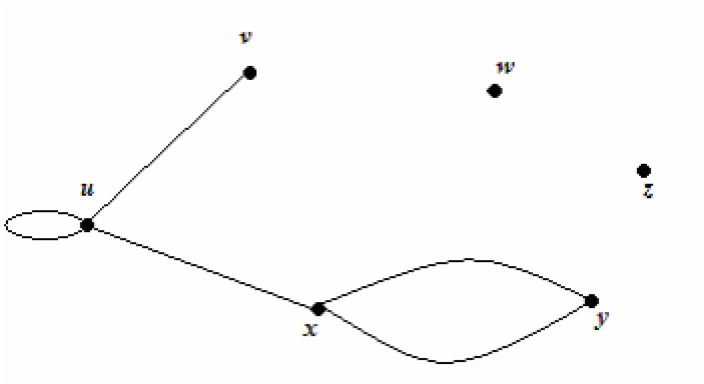
Proposición 1.2.6. Dado un grafo *G = (V, E)*, se cumple que $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$

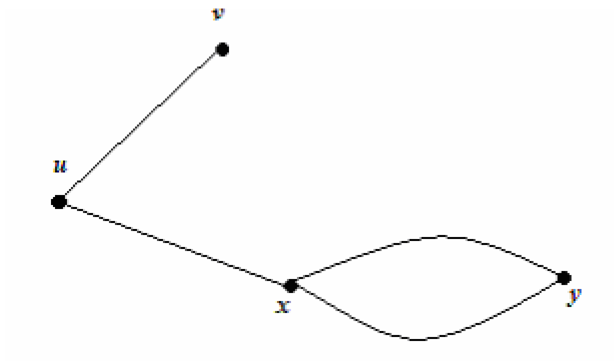
Corolario 1.2.7. El número de vértices de grado impar es par.

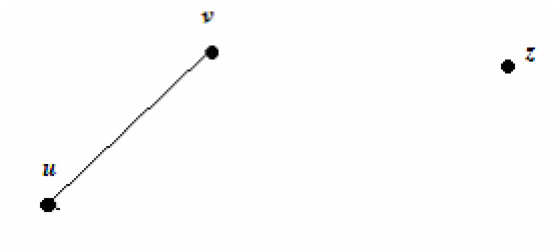
Definición 1.2.8. Llamaremos **subgrafo** de un grafo *G=(V, E)* a cualquier otro grafo *G'=(V', E')* con $E' \subset E$ y $V' \subset V$.

Subgrafos particularmente importantes son aquellos que se obtienen de un grafo suprimiendo uno o varios vértices y las aristas incidentes en estos vértices.

Los siguientes tres grafos son subgrafos del grafo del ejemplo 1.2.3.



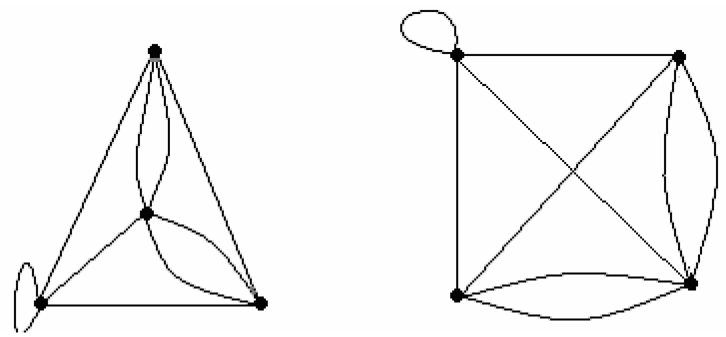




Definición 1.2.9. Dos grafos *G* y *G'* son **isomorfos** si existe una correspondencia uno a uno entre los vértices de *G* y los vértices de *G'*, tal que el número de aristas que unen cualquier par de vértices en *G* es igual al número de aristas que unen el par correspondiente de vértices en *G'*.

Si $G=(V, E)$ y $G'=(V',E')$ son isomorfos, entonces $|V|=|V'|$, $|E|=|E'|$ y las sucesiones de grados de *G* y *G'* coinciden.

Ejemplo 1.2.10. Los siguientes grafos son isomorfos:



Esto puede comprobarse al etiquetar los vértices de ambos grafos asignando la misma etiqueta a los vértices correspondientes.