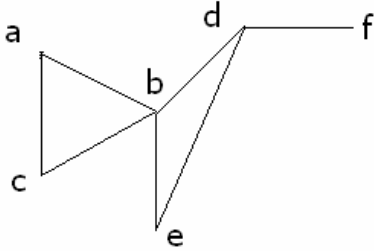


1.6. Conectividad. Componentes conexas. Vértice y aristas de corte.

Definición 1.6.1. Sea $G=(V, E)$ un grafo. Se dice que entre los vértices v_0 y v_k existe un **recorrido de longitud k** si existe una sucesión de vértices y aristas de la forma $(v_0, v_1), (v_1, v_2), (v_2, v_3) \dots (v_{k-1}, v_k)$. Si $v_0=v_k$ se dice que el **recorrido es cerrado**.

Ejemplo 1.6.2



Definición 1.6.3. Sea $G=(V, E)$ un grafo y $u, v \in V$. Se denomina **camino de longitud k** entre los vértices u y v a un recorrido de longitud k desde el vértice u al vértice v que tiene k aristas diferentes entre si. Si un camino tiene todos sus vértices diferentes se denomina **camino simple**. Un **ciclo** es un camino de u a u . Un **ciclo simple** es un ciclo donde los vértices no se repiten.

Ejemplo 1.6.3. Dar ejemplo de camino, camino simple, ciclo y ciclo simple en el grafo del ejemplo anterior

Proposición 1.6.4. Si A es la matriz de adyacencia de un grafo simple G entonces el elemento ij -ésimo de la matriz A^n es el número de recorridos de longitud n desde el vértice v_i al vértice v_j .

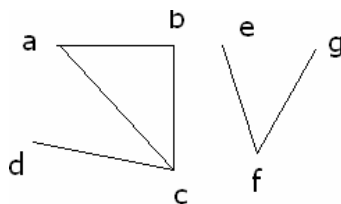
Proposición 1.6.5. Un grafo $G=(V, E)$ bipartido no tiene ciclos de longitud impar.

Proposición 1.6.6. Si G tiene sólo dos vértices impares existe un camino entre ellos.

Definición. 1.6.7. Un grafo $G=(V, E)$ se denomina **conexo** si existe un camino entre cualquier par de vértices distintos de G .

Definición 1.6.8. Sea $G=(V, E)$ un grafo no conexo. Se denomina **componente conexo de G** a un subgrafo conexo maximal de G .

Ejemplo 1.6.9.



Proposición 1.6.10. Sea $G=(V, E)$ un grafo. Los componentes conexos de G forman una partición en G .

Definición 1.6.11. Un vértice v se denomina **vértice corte** (o **punto de articulación**) de G si el grafo $G-\{v\}$ tiene más componentes conexas que el grafo G . Una arista e se denomina **punto** si $G-\{e\}$ tiene más componentes conexas que G . Los **bloques** de un grafo G son los subgrafos maximales de G que no tienen vértices corte.

Proposición 1.6.12. Una arista e de un grafo conexo es un puente de G si y solo si la arista e no pertenece a ningún ciclo de G .

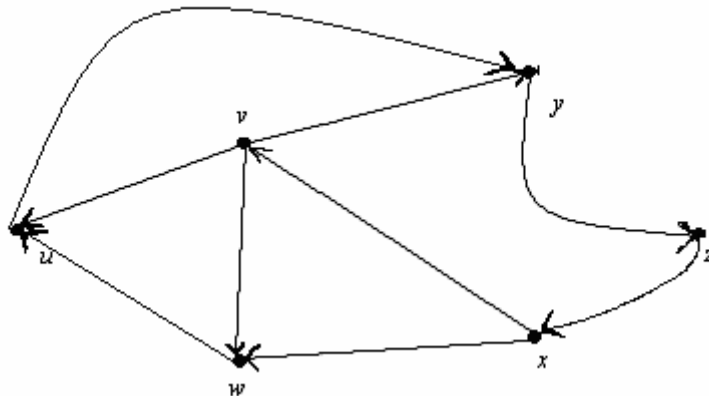
Proposición 1.6.13. Si dos bloques comparten un vértice, éste debe ser un vértice-corte

Ejemplo 1.6.14. Hallar un vértice corte, un puente y un bloque del grafo del ejemplo 1.6.9.

Definición 1.6.15. Un **recorrido dirigido** en un digrafo es una sucesión de vértices y arcos de la forma $v_0 e_1 v_1 e_2 \dots v_{k-1} e_k v_k$, donde el arco e_i tiene como extremos inicial y final v_{i-1} y v_i , respectivamente. Si no se repiten ni vértices ni aristas se denomina **camino dirigido**. Dicho camino se llama camino de v_0 a v_k y su **longitud** es k .

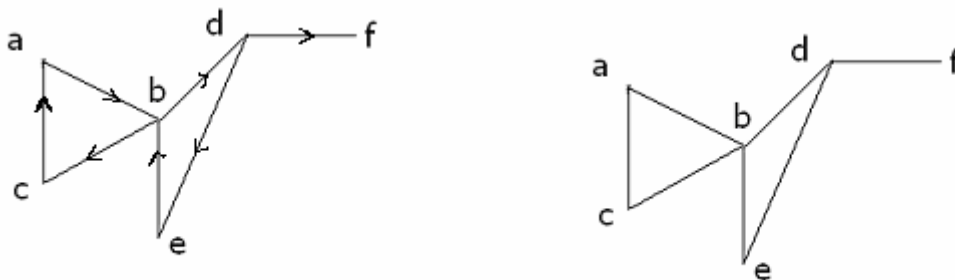
Definición 1.6.16. Un digrafo $D=(V, E)$ es **fuertemente conexo** si para todo par de vértices u y v existe un camino dirigido que va de u a v .

Ejemplo 1.6.17. Digrafo fuertemente conexo



Definición 1.6.18. Dado un digrafo D , podemos considerar el grafo G no dirigido que se obtiene al sustituir cada arco uv por la arista (u,v) . Si este grafo es conexo, diremos que el digrafo D es **débilmente conexo**.

Ejemplo 1.6.19. Digrafo débilmente conexo que no es fuertemente conexo



Definición 1.6.20. Sea G un grafo no dirigido. Si al asignar un sentido a cada arista de G (**orientación** de G) se obtiene un digrafo fuertemente conexo, entonces se dice que G es un grafo **orientable**.

Ejemplo 1.6.21. Grafo simple orientable.

